

Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
18 de junho de 2013
Geometria Analítica - 1º Semestre 2013 – 2ª Prova

Nome: _____

ATENÇÃO: Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS.

01. (3,0 pontos) Considere a cônica de equação

$$9x^2 - 4y^2 - 54x + 8y + 113 = 0.$$

- a) (0,5) Identifique a cônica.
- b) (1,5) Determine todos os elementos desta cônica.
- c) (1,0) Faça um esboço identificando os elementos encontrados.

02. (2,0) Considere a superfície quádrlica de equação

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - z^2 - 1 = 0$$

- a) (1,5) Esboce o gráfico da superfície utilizando a interseção desta superfície com planos coordenados.
- b) (0,5) Identifique a superfície.

03. (2,0 pontos) Considere a superfície cilíndrica cuja interseção com o plano $z = 0$ é uma parábola de vértice $V(1, 4, 0)$ e foco $F(-2, 4, 0)$.

- a) (1,0) Obtenha a equação da superfície cilíndrica.
- b) (1,0) Faça um esboço da superfície.

04. (3,0 pontos) Considere o ponto $Q(0, 0, -2)$ e o plano $\pi : z + 4 = 0$. Seja Γ o lugar geométrico dos pontos $P(x, y, z)$ equidistantes de Q e π .

- a) (1,0) Determine uma equação para Γ , ou seja, $\Gamma(x, y, z)$.
- b) (1,0) Identifique a curva C que é a interseção de Γ com o plano $z = 1$.
- c) (1,0) Faça um esboço de Γ e da curva C .

GEOMETRIA ANALITICA - 2ª PROVA2013 1 - GABARITO

01. $9x^2 - 4y^2 - 54x + 8y + 113 = 0$

2) $9x^2 - 54x - 4y^2 + 8y + 113 = 0$

$$9(x^2 - 6x) - 4(y^2 - 2y) + 113 = 0$$

$$9(x^2 - 6x + 9 - 9) - 4(y^2 - 2y + 1 - 1) = -113$$

$$9(x-3)^2 - 81 - 4(y-1)^2 + 4 = -113$$

$$9(x-3)^2 - 4(y-1)^2 = -36 \quad \div -36$$

$$\frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x-3)^2}{4} = 1$$

Hiperbole com eixos reais paralelos ao eixo y e centro $C(3,1)$.

$$b) \frac{(y-1)^2}{3^2} - \frac{(x-3)^2}{2^2} = 1$$

Centro: $C(3, 1)$, $x_c = 3, y_c = 1.$

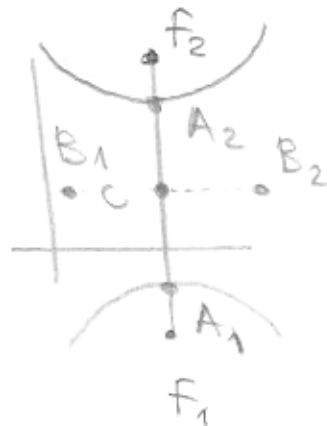
$$a = 3, b = 2, c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{13}$$

Vértices: $A_1(x_c, y_c - a)$

$$A_1(3, -2)$$

$$A_2(x_c, y_c + a)$$

$$A_2(3, 4)$$



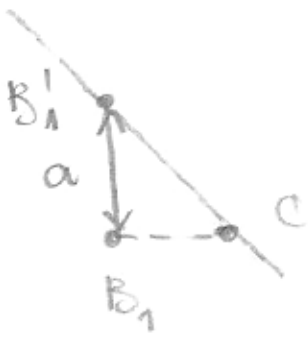
Focos: $F_1(x_c, y_c - c) \Rightarrow F_1(3, 1 - \sqrt{13})$

$$F_2(x_c, y_c + c) \Rightarrow F_2(3, 1 + \sqrt{13})$$

Excentricidade: $e = \frac{c}{a} \Rightarrow e = \frac{\sqrt{13}}{3}$

Assíntotas: $B_1(x_c - b, y_c) \Rightarrow B_1(1, 1)$

$$B_2(x_c + b, y_c) \Rightarrow B_2(5, 1)$$



$$B_1' = B_1 + (0, a) \Rightarrow B_1'(1, 4)$$

$$C(3, 1)$$

$$y = \alpha x + \beta$$

$$C: 1 = \alpha \cdot 3 + \beta$$

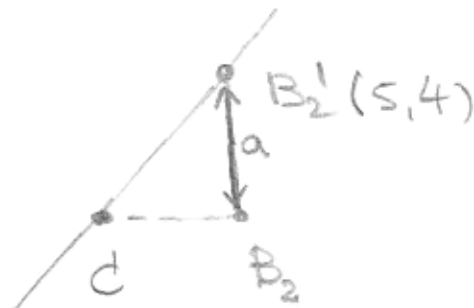
$$B_1': 4 = \alpha + \beta \quad (-1) \downarrow \oplus$$

$$-3 = 2\alpha \Rightarrow \alpha = -\frac{3}{2}$$

$$4 = -\frac{3}{2} + \beta \Rightarrow \beta = \frac{4}{2} \cdot 2 + \frac{3}{2}$$

$$\beta = \frac{11}{2}$$

$$\boxed{y = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2}}$$



$$C: 1 = 3\alpha + \beta \quad (-1) \downarrow \oplus$$

$$B_2': 4 = 5\alpha + \beta$$

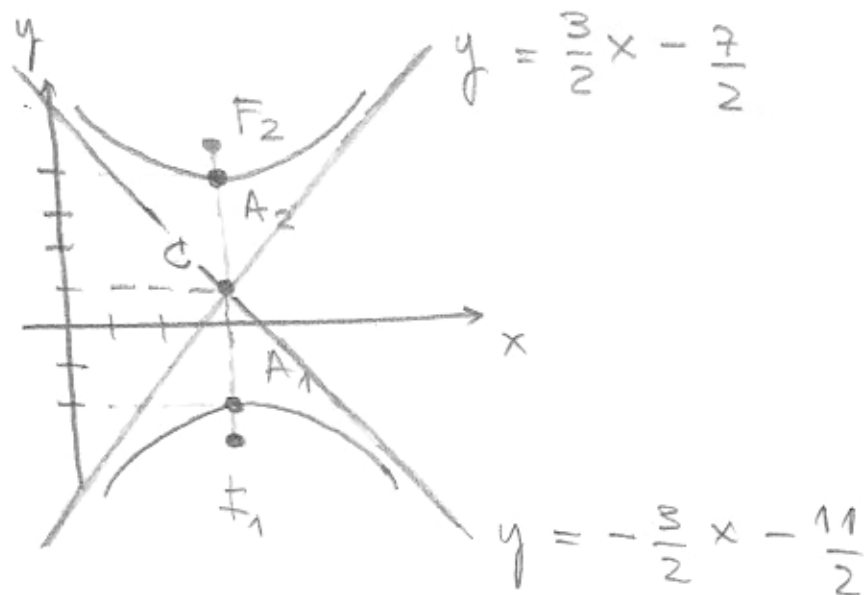
$$3 = 2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2}$$

$$1 = 3 \cdot \frac{3}{2} + \beta \Rightarrow 1 - \frac{9}{2} = \beta \Rightarrow \beta = -\frac{7}{2}$$



04

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$$

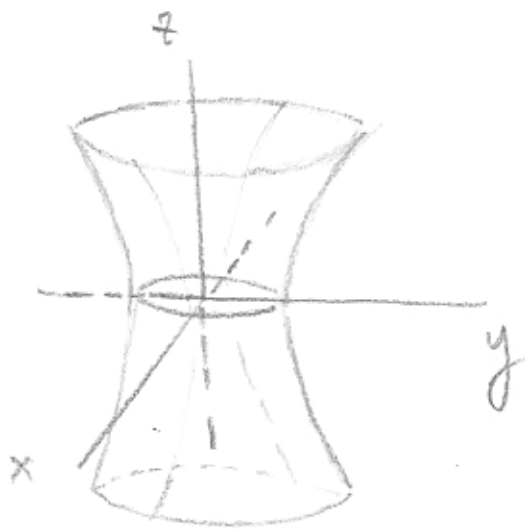


#02.
$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - e^2 - 1 = 0$$

2) $x = 0 \Rightarrow \frac{y^2}{9} - e^2 = 1$, hyperbole.

$y = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{4} - e^2 = 1$, hyperbole.

$z = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$, ellipse.

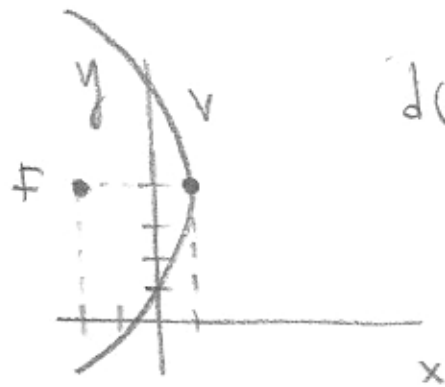


b) Hiperbolóide de uma folha.

#03. Parábola: $V(1, 4, 0)$

$F(-2, 4, 0)$

a)



$$d(F, V) = \frac{|p|}{2}$$

$$|p| = 6$$

$$p = -6$$

$$(y - y_v)^2 = 2p(x - x_v)$$

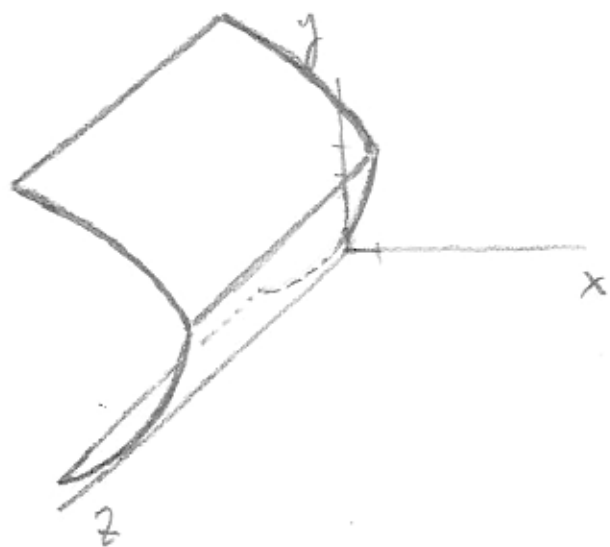
$$(y - 4)^2 = -12(x - 1)$$

Equação da superfície:

$$(y - 4)^2 = -12(x - 1)$$

z livre

b)



04. a) $d(P, Q) = d(Q, \pi)$

$$x^2 + y^2 + (z+2)^2 = |z+4|^2$$

$$x^2 + y^2 + \cancel{z^2} + 4z + 4 = \cancel{z^2} + 8z + 16$$

$$x^2 + y^2 = -4z + 8z + 12 = 4z + 12$$

$$x^2 + y^2 = 4(z+3)$$

b) $z=1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow$ $x^2 + y^2 = 4^2$

circunferência de
raio 4.

