

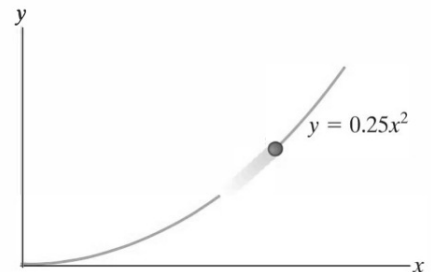
Nome: _____

ATENÇÃO:

Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI). Nos problemas de resolução numérica considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

01. (3,0 pontos) Uma partícula viaja ao longo de uma trajetória parabólica de equação $y = 0,25x^2$. Se $x = 2t^2$, determine:

- a) (1,0) a posição da partícula em função do tempo;
- b) (1,0) a velocidade da partícula em função do tempo;
- c) (1,0) o módulo da aceleração da partícula em $t = 2 \text{ s}$;

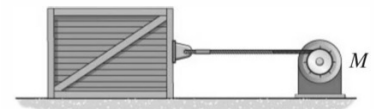


02. (3,5 pontos) O motor M exerce uma força sobre a caixa cujo módulo depende do tempo na forma

$$F(t) = (10t^2 + 100) \text{ N}.$$

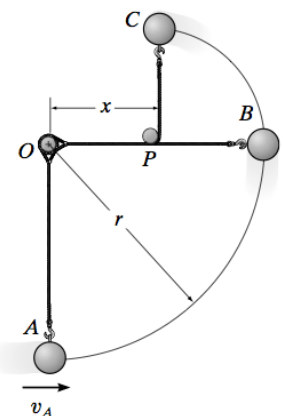
Considere que o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a superfície vale $\mu = 0,2$ e que a massa da caixa, que está inicialmente em repouso, é igual a $m = 25 \text{ kg}$. O cabo é ideal e a aceleração da gravidade local que vale g e aponta verticalmente para baixo.

- a) (1,0) Esboce as forças que atuam sobre o bloco e escreva as respectivas equações de movimento utilizando a Segunda Lei de Newton.
- b) (1,0) Determine a aceleração da partícula em função do tempo.
- c) (1,0) Calcule a velocidade da caixa em $t = 1 \text{ s}$.
- d) (0,5) Qual é a potência associada à força do motor em $t = 1 \text{ s}$?



03. (3,5 pontos) Uma bola de massa m , presa a um fio ideal, possui velocidade horizontal de módulo $v_A = \sqrt{3gr}$ quando passa pelo ponto A. Ela descreve uma trajetória circular de raio r , mas ao atingir o ponto B, a corda colide com uma pequena haste P e a bola passa a se mover em uma trajetória ainda circular, porém de menor raio. O sistema está sob ação da aceleração da gravidade local que vale g e aponta verticalmente para baixo. Despreze os efeitos do atrito e da resistência do ar. Sabendo v_A é a menor velocidade possível para que a bola atinja o ponto C, responda os itens abaixo.

- a) (1,0) Escreva a equação de movimento da bola ao longo da direção normal no ponto C.
- b) (1,0) Calcule o trabalho da força gravitacional sobre a bola entre os pontos A e C da trajetória.
- c) (1,5) Utilizando a equação de movimento ao longo da direção normal e a conservação da energia, determine o valor de x e o valor da velocidade no ponto C da trajetória.



Mecânica 2 - FG

2014,1

1ª Prova

#01. $y = \frac{1}{4} x^2, x = 2t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{4} (2t^2)^2$

$$y = t^4, x = 2t^2$$

a) $\vec{r}(t) = x(t) \hat{x} + y(t) \hat{y}$

$$\vec{r}(t) = 2t^2 \hat{x} + t^4 \hat{y}$$

$$\boxed{\vec{r}(t) = t^2 (2\hat{x} + t^2 \hat{y}) \text{ m}}$$

b) $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$

$$\vec{v}(t) = 4t \hat{x} + 4t^3 \hat{y}$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = 4t (\hat{x} + t^2 \hat{y}) \text{ m/s}}$$

c) $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$



$$\vec{a}(t) = 4\hat{x} + 12t^2\hat{y}$$

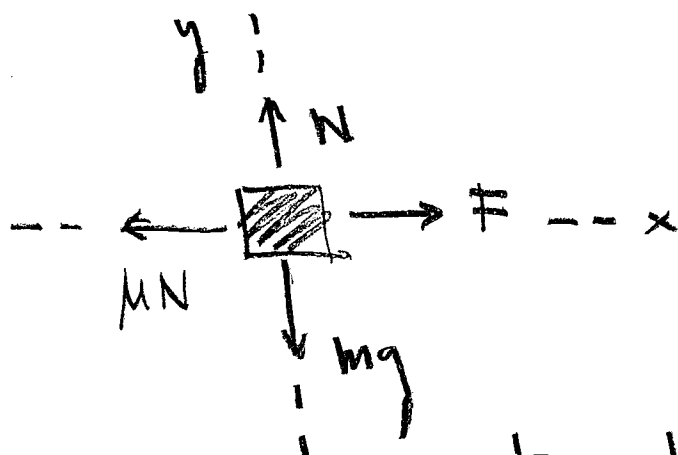
$$\vec{a}(2s) = 4\hat{x} + 12 \cdot 4\hat{y} = 4\hat{x} + 48\hat{y}$$

$$a(2s) = \sqrt{4^2 + 12^2 \cdot 4^2} = 4\sqrt{1 + 144}$$

$$a(2s) = 4\sqrt{145} \text{ m/s}^2$$

#02. $F(t) = (10t^2 + 100) \text{ N}$

1)



$$x: F - \mu N = ma_x$$

$$y: N - mg = ma_y = 0$$

Fazendo $a_x = a$:

$$\begin{aligned} F - \mu N &= ma \\ N - mg &= 0 \end{aligned}$$

$$b) \quad F - \mu N = ma, \quad N = mg$$

$$F - \mu mg = ma$$

$$a = \frac{F}{m} - \mu g$$

$$a(t) = \frac{10(t^2 + 10)}{25} - 0,2 \cdot 10$$

$$a(t) = \frac{2}{5}(t^2 + 10) - 2$$

$$a(t) = \frac{2(t^2 + 10 - 5)}{5}$$

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{2}{5}(t^2 + 5)\hat{x}}$$

$$c) \quad a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \int_{v_0}^v dv = \int_{t_0=0}^t a dt$$

$$v - v_0 = \int_0^t \frac{2}{5}(t^2 + 5) dt = \frac{2}{5} \int_0^t (t^2 + 5) dt$$

$$v - v_0 = \frac{2}{5} \left(\frac{t^3}{3} + 5t \right)$$

$$v(t) = \frac{2}{5} t \left(\frac{t^2}{3} + 5 \right)$$

$$v(1s) = \frac{2}{5} \left(\frac{1}{3} + 5 \right) = \frac{2}{5} \left(\frac{1+15}{3} \right)$$

$$\boxed{\vec{v}(1s) = \frac{32}{15} \hat{x} \text{ m/s}}$$

$$\downarrow \quad P(t) = \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t)$$

$$\vec{F} \parallel \hat{x}, \vec{v} \parallel \hat{x} \Rightarrow P(t) = F(t) v(t)$$

$$F(1s) = 110 \text{ N}, v(1s) = \frac{32}{15} \text{ m/s}$$

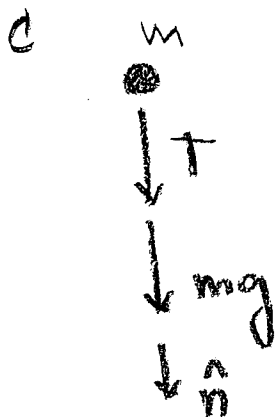
$$P(1s) = \frac{110 \cdot 32}{15} = \frac{22 \cdot 32}{3}$$

$$P(1s) = \frac{704}{3} \Rightarrow$$

$$\boxed{P(1s) \approx 235 \text{ W}}$$

#03.

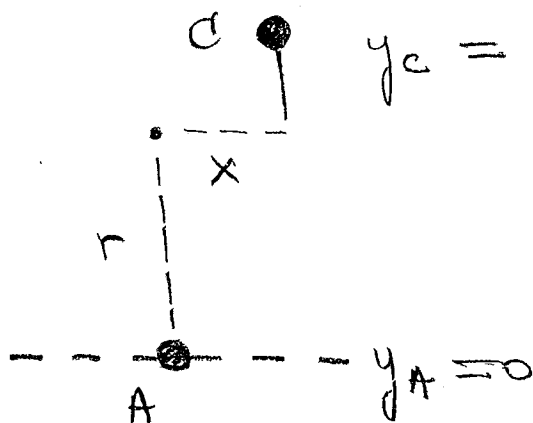
a)



$$T + mg = \frac{mv_c^2}{r-x}$$

Como v_A é a menor velocidade
da de possível, $T = 0$.

b)



$$y_c = r + r - x$$

$$W_{fAC} = -mg(y_c - y_A) = -mg(2r - x)$$

$$W_{fAC} = mg(x - 2r)$$

$$c) \quad \Delta E_{mec} = 0 \Rightarrow K_C + U_{gc} = K_A + U_{gA}$$

$$\frac{mv_c^2}{2} + mgy_c = \frac{mv_A^2}{2} + mgy_A$$

$$\frac{v_c^2}{2} + g(2r-x) = \frac{3gr}{2}$$

$$v_c^2 + 4gr - 2xg = 3gr$$

$$2xg - v_c^2 = gr \quad (\pm)$$

$$\cancel{0} + mg = \frac{mv_c^2}{r-x} \quad (\text{II})$$

$$v_c^2 = (r-x)g$$

Logo, $2xg - g(r-x) = gr$

$$2xg - gr + gx = gr$$

$$3x = 2r \Rightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}r}$$

∴ and, $v_c^2 = (r - \frac{2}{3}r)g = \frac{1}{3}g$

$$\boxed{v_c = \sqrt{\frac{gr}{3}}}$$