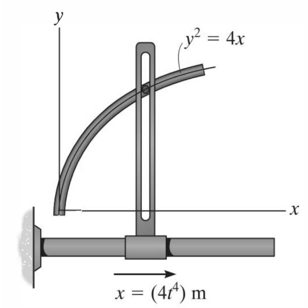
Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
03 de dezembro de 2013
Mecânica 2 - 2° Semestre 2013 – 2ª Chamada

Nome:____

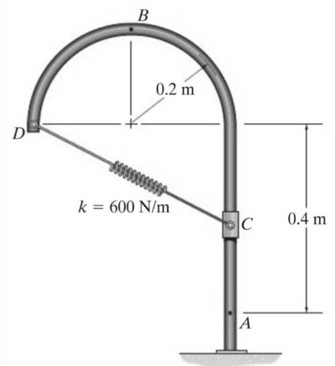
ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).
Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.

01. (3,0 pontos) Uma partícula está confinada a se mover apenas sobre a curva $y^2 = 4x$ quando preso a um guia mostrado na figura. Determine para a partícula:



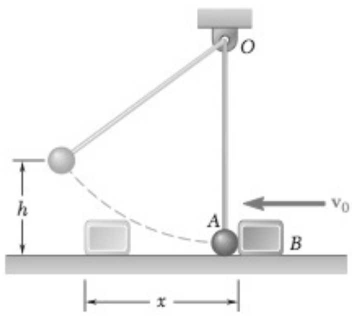
a) (1,0) as funções temporais da posição $\vec{r}(t)$ e da velocidade $\vec{v}(t)$;
b) (1,0) o módulo da aceleração da partícula para $t = 1s$;
c) (1,0) Calcule a variação de momento angular da partícula entre os instantes 0 e 1 segundos.

02. (2,0 pontos) Um colar de massa 2 kg é liberado do repouso no ponto A e viaja ao longo do guia vertical até atingir a posição B. Não há atrito e a mola possui um comprimento não deformado igual a $\sqrt{2}/4\ m$. Calcule para a posição B:



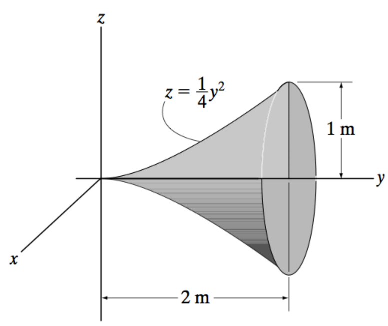
a) (1,0) a velocidade do colar;
b) (1,0) a força normal exercida sobre o colar.

03. (3,5 pontos) Um bloco B de massa $m_B = 1\ kg$ se move com velocidade $v_0 = 6\ m/s$ imediatamente antes de colidir com uma esfera A de massa $m_A = 0{,}5\ kg$, que está em repouso preso a uma corda ideal $\overline{AO} = 1\ m$. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco B e a superfície horizontal é igual a $\mu = 0{,}25$ e o coeficiente de restituição do impacto vale 0,5. Determine:



a) (1,0) a velocidade dos corpos A e B imediatamente após a colisão;
b) (1,0) a tensão na corda imediatamente após a colisão;
c) (0,5) a distância x que o bloco B percorre até parar;
d) (0,5) a altura máxima h atingida pela esfera A após a colisão;
e) (0,5) a quantidade de energia dissipada na colisão;

04. (1,5 pontos) A seção de cone da figura é formado pelo sólido de revolução completa da curva $z = y^2/4$ em torno do eixo y. Suponha que este sólido possui uma densidade volumétrica de massa constante e igual a $\rho = 2\ kg/m^3$.



a) (0,5) Calcule a massa total deste corpo.
b) (1,0) Obtenha o momento de inércia do objeto em torno do eixo y.

MECÂNICA 2 - 2013.2

2ª CHAMADA

RESOLUÇÃO

#01. $y^2 = 4x, \quad x = 4t^4$

$$\therefore \quad y^2 = 16t^4 \Rightarrow y = 4t^2$$

a) $\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y}$

$$\boxed{\vec{r}(t) = (4t^4\hat{x} + 4t^2\hat{y}) \ (m)}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \hat{x}\frac{dx(t)}{dt} + \hat{y}\frac{dy(t)}{dt}$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = (16t^3\hat{x} + 8t\hat{y}) \ (m/s)}$$

b) $\vec{a}(t) = \dfrac{d\vec{v}(t)}{dt} = 48t^2\hat{x} + 8\hat{y}$

$$a(1) = \sqrt{(48)^2 + 64} = \sqrt{(16.3)^2 + 16.4}$$

$$\boxed{a(1) = 8\sqrt{37} \ m/s^2}$$

02

c) $\Delta H = ?$

$$\vec{H}(0) = \vec{r}(0) \times \vec{p}(0)$$

$$= \vec{r}(0) \times m\vec{v}(0)$$

$$\vec{r}(0) = \vec{0} \quad , \quad \vec{v}(0) = \vec{0}$$

$$\vec{H}(0) = \vec{0}$$

$$\vec{H}(1) = \vec{r}(1) \times \vec{p}(1) = \vec{r}(1) \times m\vec{v}(1)$$

$$\vec{r}(1) = 4(\hat{x} + \hat{y})$$

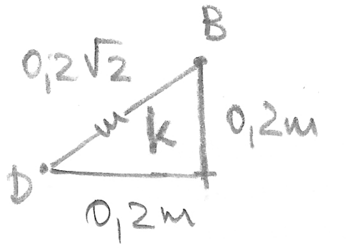
$$\vec{v}(1) = 8(2\hat{x} + \hat{y})$$

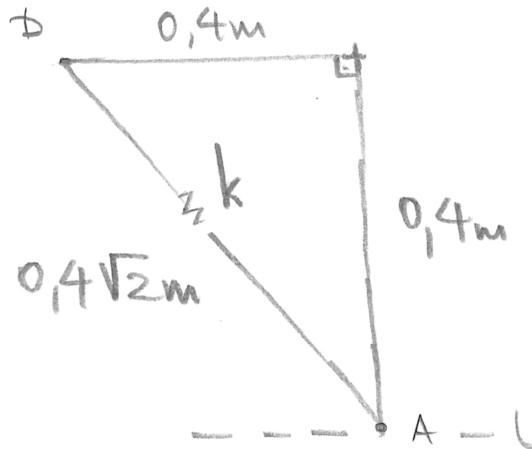
$$\vec{H}(1) = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 4 & 4 & 0 \\ 16 & 8 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{x}(0) + \hat{y}(0) + \hat{z}(32-64) = -32\hat{z}$$

$$\vec{H}(1) = -32\hat{z} \Rightarrow \boxed{\Delta\vec{H} = -32\hat{z}\ kg\,m^2/s}$$

#02. 1)





$U_{g_A} = 0$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$K_f + U_f = \cancel{K_i}^{\,0} + U_i$$

$$K_B + U_{g_B} + U_{el_B} = \cancel{U_{g_A}}^{\,0} + U_{el_A}$$

$$\frac{m v_B^2}{2} + m g y_B + \frac{k}{2}(\Delta l_{DB})^2 = \frac{k}{2}(\Delta l_{DA})^2$$

$$\Delta l_{DB} = 0,2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \left(\frac{2}{10} - \frac{1}{4}\right)\sqrt{2}$$

$$= \left(\frac{4-5}{20}\right)\sqrt{2} = -\frac{\sqrt{2}}{20}$$

$$\Delta l_{DA} = 0,4\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \left(\frac{4}{10} - \frac{1}{4}\right)\sqrt{2}$$

$$= \left(\frac{8-5}{20}\right)\sqrt{2} = \frac{3}{20}\sqrt{2}$$

→

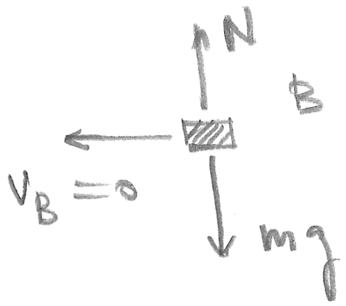
$$\therefore \quad \frac{2 \cdot v_B^2}{2} + 2 \cdot 10 \cdot 0{,}6 + \frac{600}{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{20}\right)^2 = \frac{600}{2}\left(\frac{3\sqrt{2}}{20}\right)^2$$

$$v_B^2 + 12 + 3\cancel{00}\,\frac{2}{4\cancel{00}} = 3\cancel{00}\,\frac{9 \cdot 2}{4\cancel{00}}$$

$$v_B^2 = \frac{27}{2} - \frac{3}{2} - 12 = \frac{27-3-24}{2}$$

$$\boxed{v_B = 0}$$

b)



$$mg - N = F_{cp} = \cancel{\frac{m v_B^2}{R}}^{\,0}$$

$$\therefore \; mg = N$$

$$N = mg \Rightarrow \boxed{N = 20\,N}$$

#03. 1) $\vec{P}_{ANTES} = \vec{P}_{DEPOIS}$

$$m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$$

$m_B = 2m_A$:

(I) $2v_B = v_A' + 2v_B'$

(II) $e = \dfrac{v_B' - v_A'}{v_B} \Rightarrow \dfrac{v_B}{2} = v_B' - v_A'$

$v_B' = v_A' + \dfrac{v_B}{2}$ em (I):

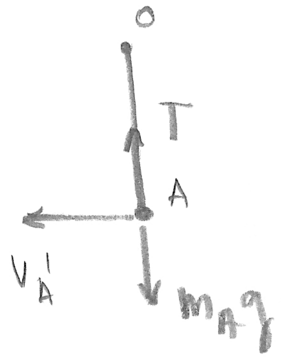
$$2v_B = v_A' + 2v_A' + v_B$$

$$3v_A' = v_B \Rightarrow v_A' = \frac{v_B}{3} = \frac{6}{3}$$

$$\boxed{v_A' = 2\,m/s}$$

$$v_B' = v_A' + \frac{v_B}{2} = 2 + \frac{6}{2} \Rightarrow \boxed{v_B' = 5\,m/s}$$

b)



$$T - m_A g = F_{cp} = m_A \frac{v_A'^2}{R}, \quad R = \overline{AO}$$

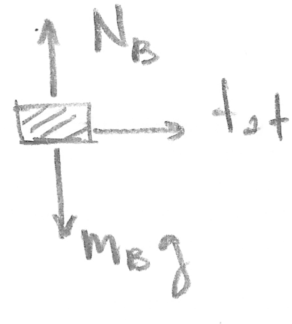
$$T = m_A\left(g + \frac{v_A'^2}{R}\right)$$

$$T = \frac{1}{2}\left(10 + \frac{4}{1}\right) = \frac{14}{2} \Rightarrow \boxed{T = 7N}$$

c) $\Delta K_B = W_{fat}$, após a colisão

$$\cancel{K_{fB}}^{\,0} - K_{iB} = W_{fat} = -f_{at}\cdot x$$

$$K_{iB} = f_{at}\cdot x$$



$$N_B = m_B g \Rightarrow f_{at} = \mu N_B$$

$$f_{at} = \mu m_B g$$

$$\frac{\cancel{m_B} v_B'^2}{2} = \mu \cancel{m_B} g\, x$$

$$x = \frac{v_B'^2}{2\mu g} \Rightarrow x = \frac{25}{2\cdot\frac{1}{4}\cdot 10}$$

$\longrightarrow$

$$x = \frac{25}{\frac{20}{4}} = 5 \Rightarrow \boxed{x = 5\,m}$$

d) $\Delta K_A + \Delta U_A = 0$, imediatamente após a colisão.

$$\cancel{K_{Af}}^{\,0} + U_{Af} = K_{Ai} + U_{Ai}$$

$$\cancel{m_A} g h = \frac{\cancel{m_A} v_A'^2}{2} + 0$$

$$h = \frac{v_A'^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

$$\boxed{h = 0{,}2\,m}$$

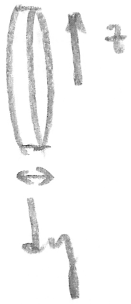
e) $K_{ANTES} - K_{DEPOIS} = \Delta E_{DISSIPADA} = \Delta E_D$

$$\Delta E_D = \frac{m_B v_B^2}{2} - \frac{m_A v_A'^2}{2} - \frac{m_B v_B'^2}{2}$$

$$\Delta E_D = \frac{36}{2} - \frac{4}{4} - \frac{25}{2} = \frac{36 - 2 - 25}{2}$$

$$\Delta E_D = \frac{9}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta E_D = 4{,}5\ J}$$

#04. a) $m = \int \rho \, dV$



$dV = \pi z^2 \, dy$

$$m = \int \rho \pi z^2 \, dy \,, \quad z = y^2/4$$

$$m = \rho \int_0^2 \pi \frac{y^4}{16} \, dy = \rho \frac{\pi}{16} \frac{1}{5} y^5 \Big|_0^2$$

$$m = \frac{2 \cdot \pi \cdot \cancel{2^5}}{\cancel{16} \cdot 5} \longrightarrow \boxed{m = \frac{4\pi}{5}\ kg}$$

b) $I_y = \int \frac{r^2}{2} dm \,, \quad r^2 = z^2 \,, \quad dm = \rho \, dV$

$dm = \rho \pi z^2 \, dy$, portanto

$$I_y = \int \frac{z^2}{2} \rho \pi z^2 \, dy = \rho \frac{\pi}{2} \int z^4 \, dy$$

$\rightarrow$

$$I_y = \frac{\rho\pi}{2}\int_0^2 \frac{y^8}{4^4}\,dy = \frac{\rho\pi}{2\cdot 4^4}\cdot\frac{2^9}{9} = \frac{2^{10}}{2^9}\cdot\frac{\pi}{9}$$

$$I_y = \frac{2\pi}{9} \Rightarrow \boxed{I_y = \frac{2\pi}{9}\ kg\,m^2}$$