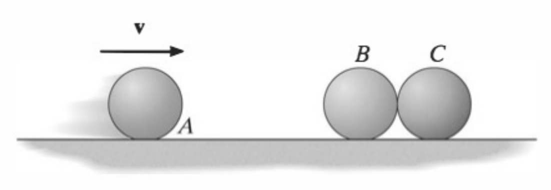
Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
02 de julho de 2014
Mecânica 2 – 1° Semestre 2014 – 2ª Prova

Nome:____

ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).
Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.

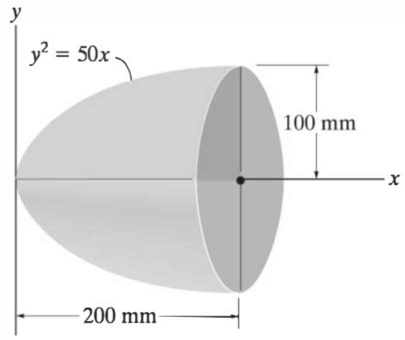
01. (4,0 pontos) Três bolas idênticas A, B e C possuem massa m e estão dispostas em uma superfície sem atrito e horizontal. A bola A é impulsionada com velocidade de módulo v imediatamente antes de colidir com a bola B. Sabendo que o coeficiente de restituição entre colisões é igual a e, calcule:

a) (1,0) o módulo da velocidade da bola A após o impacto A → B;
b) (1,0) o módulo da velocidade da bola B após o impacto A → B;
c) (1,0) o módulo da velocidade da bola C após o impacto B → C;
d) (1,0) a perda de energia cinética do sistema no caso das colisões ocorrerem de forma completamente inelástica.



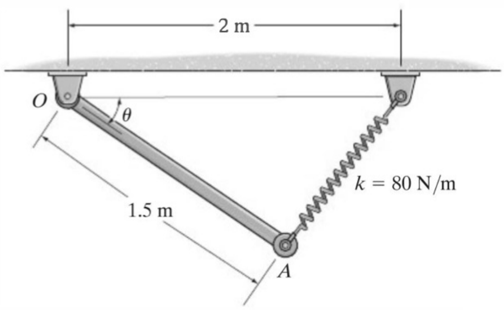
02. (3,0 pontos) O parabolóide mostrado na figura é formado pela revolução completa da curva $y^2 = 50x$ em torno do eixo x. A densidade volumétrica de massa desse sólido é constante e igual a $\rho = 5000\ kg/m^3$.

a) (1,0) Calcule a massa total deste corpo.
b) (1,0) Obtenha o momento de inércia do objeto em torno do eixo x.
c) (1,0) Calcule a energia cinética de rotação deste sólido quando ele é colocado para girar com velocidade angular $\omega = 4\ rad/s$ em torno do eixo x.



03. (3,0 pontos) A barra uniforme e delgada OA, de massa $m = 30\ kg$ e comprimento $1{,}5\ m$, está fixada à mola de constante elástica $k = 80\ N/m$. Não há atrito e a gravidade local possui módulo $g = 10\ m/s^2$, constante, e aponta verticalmente para baixo. Sabendo que a mola não está deformada quando $\theta = 0°$ e que a barra é abandonada do repouso nesta posição, responda os itens a seguir.

a) (1,0) Defina um referencial para a energia potencial gravitacional do sistema e calcule a energia mecânica inicial da barra;
b) (1,0) Calcule a velocidade angular da barra quando ela estiver inclinada de um ângulo $\theta = 90°$ em relação à sua posição horizontal inicial.
c) (1,0) Determine o módulo do momento angular da barra para o item anterior.



Dados: não há atrito e o momento de inércia da barra em torno do eixo que passa pelo ponto O é igual a $I = (mL^2)/3$.

MECÂNICA 2 – 2014.1

TURMA #N

2ª PROVA

RESOLUÇÃO

#01. a) $m_A v_A + m_B \cancel{v_B} = m_A v_A' + m_B v_B'$ $(P_i = P_f)$

$\qquad\qquad\qquad\quad 0$

$m_A = m_B = m$:

$$v_A = v_A' + v_B' \quad (I)$$

$$e = \frac{v_{ALVO}' - v_{PROJ}'}{v_{PROJ} - v_{ALVO}} = \frac{v_B' - v_A'}{v_A - v_B} = \frac{v_B' - v_A'}{v_A}$$

$$e v_A = v_B' - v_A' \quad (II)$$

$(I) - (II)$: $v_A(1-e) = 2v_A'$

$$v_A' = \frac{v_A(1-e)}{2} \Rightarrow \boxed{v_A' = \frac{v}{2}(1-e)}$$

b) Fazendo $(I) + (II)$: $v_A(1+e) = 2v_B'$

$$v_B' = \frac{v_A}{2}(1+e) \Rightarrow \boxed{v_B' = \frac{v}{2}(1+e)}$$

02

c) No impacto BC ocorre a mesma situação do impacto AB: alvo em repouso e coeficiente de restituição e, logo

$$m_B v_B' + m_C v_C' = m_B v_B'' + m_C v_C''$$

ANTES DO IMPACTO — APÓS O IMPACTO

E ainda, $e = \dfrac{v_C'' - v_B''}{v_B'}$, então

$$v_B' = \frac{v_A}{2}(1+e) \Rightarrow v_{ALVO}^{DEPOIS} = \frac{v_{PROJ}^{ANTES}}{2}(1+e)$$

$$v_C'' = \frac{v_B'}{2}(1+e) \Rightarrow \boxed{v_C'' = \frac{v}{4}(1+e)^2}$$

d) A − B: $m_A v_A = (m_A + m_B) V_{AB}$

$$V_{AB} = \frac{v_A}{2} = \frac{v}{2}$$

AB − C: $(m_A + m_B) V_{AB} = (m_A + m_B + m_C) V_{ABC}$

→

$$2V_{AB} = 3V_{ABC} \Rightarrow V_{ABC} = \frac{2}{3}V_{AB}$$

$$V_{ABC} = \frac{v}{3}$$

Logo, $K_i = \dfrac{m_A v_A^2}{2} = \dfrac{mv^2}{2}$

$$K_f = \frac{(m_A + m_B + m_C)\,V_{ABC}^2}{2}$$

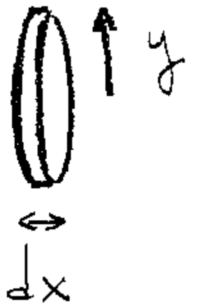
$$K_f = \frac{3m}{2}\left(\frac{v}{3}\right)^2 = \frac{mv^2}{6}$$

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{mv^2}{2}\left(\frac{1}{3} - 1\right)$$

$$\boxed{\Delta K = -\frac{mv^2}{3}}$$

04.

#02. a) $m = \int dm = \int \rho \, dV$



$dV = \pi y^2 dx$

$y^2 = \alpha x \, , \alpha = 50$

$$m = \rho \int \pi y^2 dx = \rho \pi \int_0^{a = 200mm} \alpha x \, dx$$

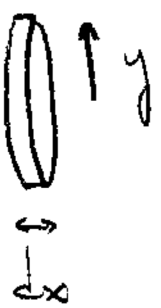
$$m = \frac{\rho \pi \alpha a^2}{2} \Rightarrow m = \frac{5.10^3 \pi . 50 . (200.10^{-3})^2}{2}$$

$$m = 125\pi . 10^3 . 4 . 10^{-2}$$

$$m = 500\pi . 10 \Rightarrow \boxed{m = 5000\pi \, kg}$$

$$\pi \simeq 3 \Rightarrow \boxed{m \simeq 15000 \, kg}$$

b)



$dI = \frac{dm \, y^2}{2}$

$$I = \frac{1}{2} \int \rho \, dV y^2 = \frac{1}{2} \int \pi \rho y^4 dx$$

→

$$I = \frac{1}{2}\pi\rho\int_0^a \alpha^2 x^2 dx = \frac{\pi\rho}{2}\alpha^2\frac{a^3}{3}$$

$$I = \frac{\alpha^2\pi\rho a^3}{6} = \frac{(50)^2\pi\, 5000 \,.\, (2.10^{-1})^3}{6}$$

$$I = \frac{2500 \,.\, 5000 \,.\, \pi \,.\, 8 \,.\, 10^{-3}}{6}$$

$$I = \frac{125 \,.\, 10^5 \,.\, \pi \,.\, 4 \,.\, 10^{-3}}{3} = \frac{500\pi \,.\, 10^2}{3}$$

$$\boxed{I = \frac{5}{3}\pi \,.\, 10^4 \; kg\,m^2}$$

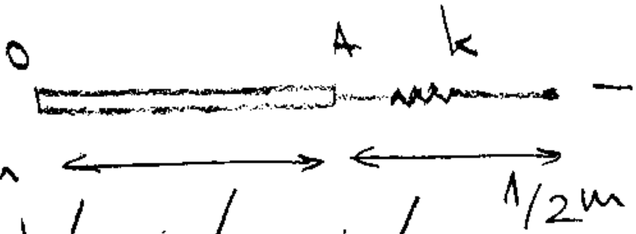
$\pi \simeq 3$: $\boxed{I \simeq 50 \,.\, 10^3 \; kg\,m^2}$

c) $K = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{5\pi \,.\, 10^4}{3.2} \,.\, 16$

$$\boxed{K = 4\pi/3 \,.\, 10^5 \; J}$$

$\pi \simeq 3$: $\boxed{K \simeq 4 \,.\, 10^5 \; J}$

#03. a)

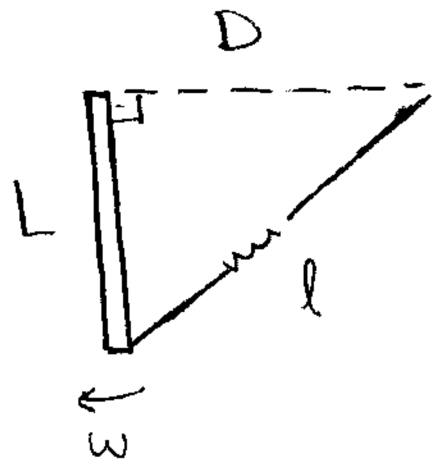


$--- U_g = 0$

$$E_{mec,i} = \underset{0}{\cancel{K_i}} + \underset{0}{\cancel{U_{g_i}}} + \underset{0}{\cancel{U_{el_i}}} = 0$$

$$\boxed{E_{mec,i} = 0}$$

b)



$$l^2 = D^2 + L^2$$

$$l^2 = 4 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$l^2 = \frac{16+9}{4} \Rightarrow l = \frac{5}{2}\,m$$

$$E_{mec,i} = E_{mec,f}$$

$$0 = \frac{I\omega^2}{2} - mg\frac{L}{2} + \frac{k}{2}(l-l_0)^2$$

$$0 = I\omega^2 - mgL + k(l-l_0)^2$$

$$0 = \frac{mL^2}{3}\omega^2 - mgL + k(l-l_0)^2$$

$$0 = 10\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2\cdot\omega^2 - 300\cdot\frac{3}{2} + 80\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow$$

$$0 = \frac{10 \cdot 9}{4} w^2 - 450 + 80 \cdot 4$$

$$\frac{90}{4} w^2 = -320 + 450 = 130$$

$$w^2 = \frac{52\cancel{0}}{9\cancel{0}} \Rightarrow w = \frac{1}{3}\sqrt{4 \cdot 13}$$

$$\boxed{w = \frac{2}{3}\sqrt{13} \text{ rad/s}}$$

c) $$H = I w = \frac{mL^2}{3} w = 10 \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{4}}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \sqrt{13}$$

$$\boxed{H = 15\sqrt{13} \text{ kgm}^2/\text{s}}$$