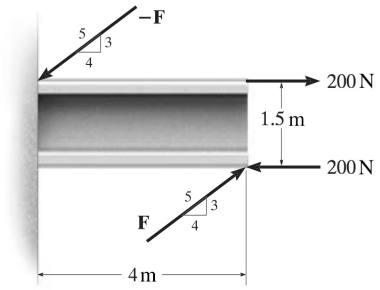
Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
04 de julho de 2013
Mecânica 1 - 1° Semestre 2013 – Exame Final

Nome:____
ATENÇÃO: Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS.

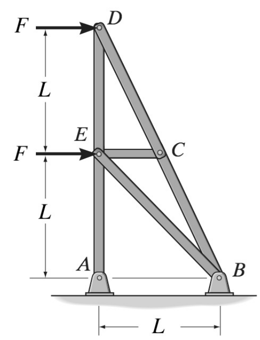
01. (2,0 pontos) Dois pares de forças atuam sobre uma barra como ilustra a figura. Desprezando o peso da barra, calcule:

a) (1,0) o módulo do momento de binário para as forças de 200 N;
b) (1,0) o módulo $\vec{F}$ de para que o momento de binário sobre a barra seja igual a 60 Nm no sentido anti-horário.



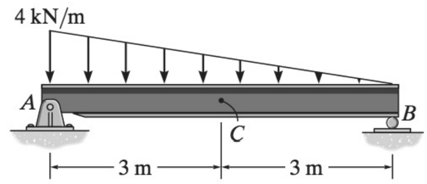
02. (2,5 pontos) Considere a treliça ilustrada na figura.

a) (1,5) Determine o módulo da força ao longo dos membros DC e ED.
b) (1,0) Determine o módulo da força ao longo dos membros CE e CB.



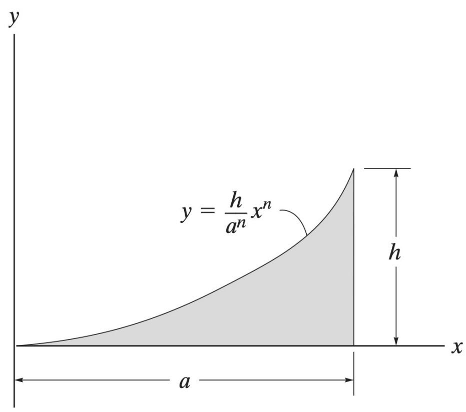
03. (2,5 pontos) Uma viga de comprimento $L = 6,0\ m$ possui uma distribuição de carga linear conforme ilustra a figura. Sabendo que a barra está em equilíbrio, responda os itens a seguir esboçando os diagramas de força.

a) (1,0) Escreva as equações de equilíbrio translacional e rotacional da barra e obtenha os módulos das reações normais nos suportes A e B.
b) (1,5) Determine para o ponto C o valor do esforço cortante e do momento fletor, ou seja, V_C e M_C, respectivamente.



04. (3,0 pontos) Considere a área sombreada mostrada no gráfico e assuma que $n \neq -1$.

a) (0,5) Determine o valor da área sombreada.
b) (1,0) Obtenha a coordenada x do centróide desta área, ou seja, $\bar{x}$.
c) (1,0) Obtenha a coordenada y do centróide desta área, ou seja, $\bar{y}$.
d) (0,5) Calcule o volume do sólido gerado pela revolução completa da área em torno do eixo x usando o teorema de Pappus-Guldinus.



MECÂNICA 1 – 2013.1

EXAME FINAL

RESOLUÇÃO

#01. a) $M_{200} = F_{200}\, d_{200} = 200 \cdot 1{,}5$

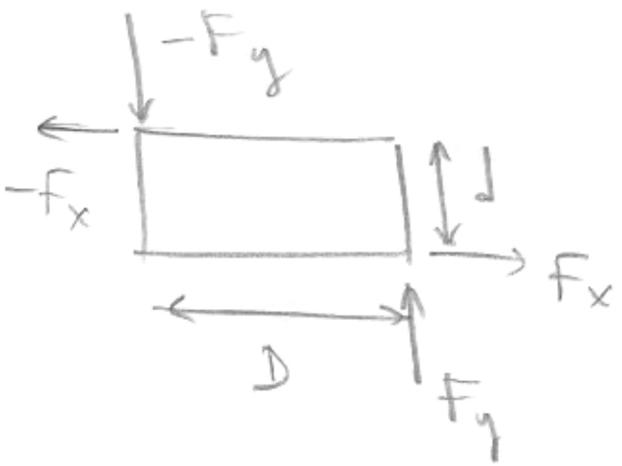
$$\boxed{M_{200} = 300\,\mathrm{Nm}}$$

sentido horário

b) $\vec{M}_{200} + \vec{M}_{Fx} + \vec{M}_{Fy} = 60\,\mathrm{Nm}\,\hat{z}$

$$-300\,\mathrm{Nm}\,\hat{z} + \vec{M}_{Fx} + \vec{M}_{Fy} = 60\,\mathrm{Nm}\,\hat{z}$$

$$\vec{M}_{Fx} + \vec{M}_{Fy} = 360\,\mathrm{Nm}\,\hat{z}$$



$F_x = F\dfrac{4}{5}$, $F_y = F\dfrac{3}{4}$

$$\therefore F\frac{4}{5}d\,\hat{z} + F\frac{3}{5}D\,\hat{z} = 360\,\mathrm{Nm}\,\hat{z}$$

$$\frac{F}{5}(4d + 3D) = 360$$

→

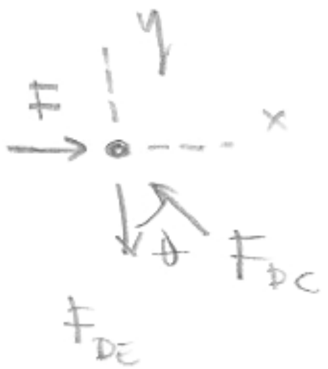
02

$$\frac{F}{5}(6+12) = 360 \Rightarrow F\,18 = 360 \cdot 5$$

$$F = 20 \cdot 5$$

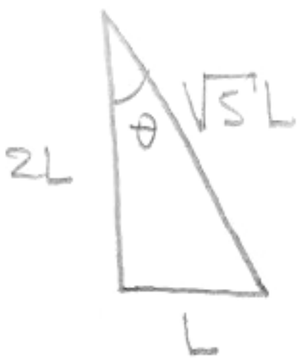
$$\boxed{F = 100\,N}$$

#02. 1)



$$x: \; F - F_{DC}\,\text{sen}\,\theta = 0$$

$$F_{DC} = \frac{F}{\text{sen}\,\theta}$$



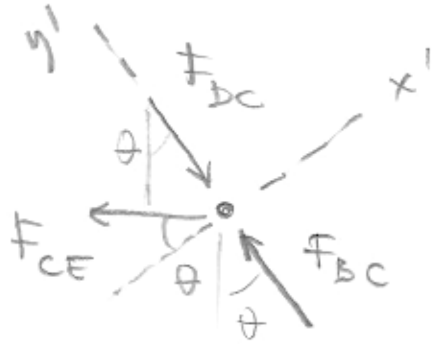
$$\text{sen}\,\theta = \frac{L}{\sqrt{5}\,L} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\boxed{F_{DC} = F\sqrt{5}}$$

$$y: \; F_{DC}\cos\theta - F_{DE} = 0$$

$$F_{DE} = F\cancel{\sqrt{5}} \cdot \frac{2L}{\cancel{\sqrt{5}}\,L} \Rightarrow \boxed{F_{DE} = 2F}$$

b)



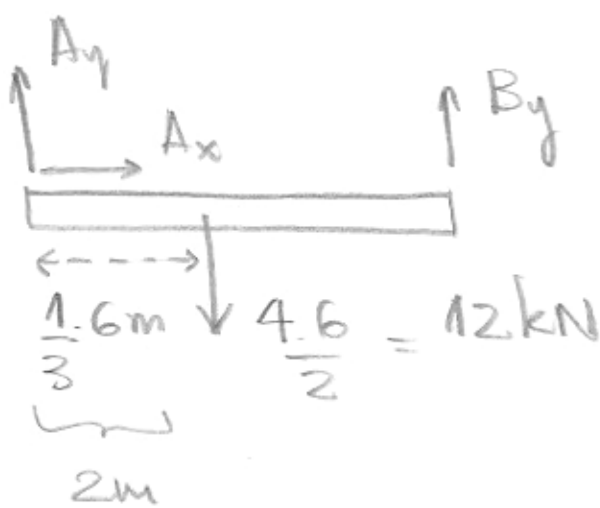
x': $-F_{CE}\cos\theta = 0$

$$\boxed{F_{CE} = 0}$$

y': $F_{BC} - F_{DC} = 0 \Rightarrow F_{BC} = F_{DC}$

$$\boxed{F_{BC} = F\sqrt{5}}$$

#03. a)



$F_{Rx} = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 0}$

$F_{Ry} = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 12kN = 0$

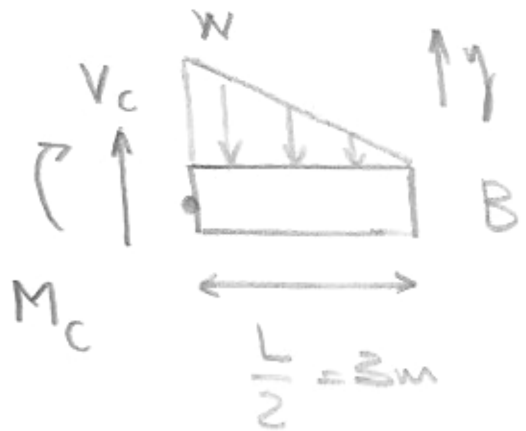
04

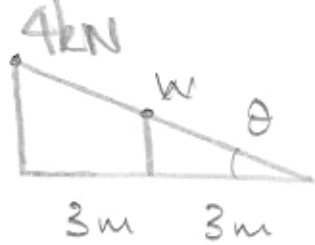
$$\vec{M}_{RA} = \vec{0} \Rightarrow -12kN \cdot 2m + B_y \cdot 6m = 0$$

$$\boxed{B_y = 4kN}$$

Logo, $A_y + B_y = 12kN \Rightarrow \boxed{A_y = 8kN}$

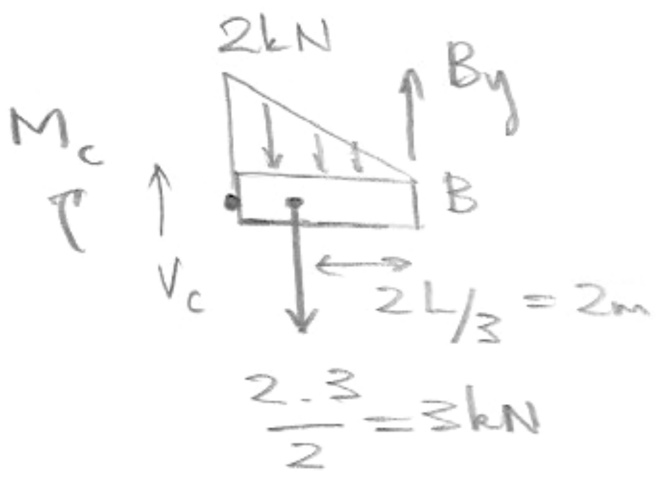
b)





$$\tan\theta = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad , \quad \tan\theta = \frac{w}{3} = \frac{2}{3}$$

$$w = 2kN$$

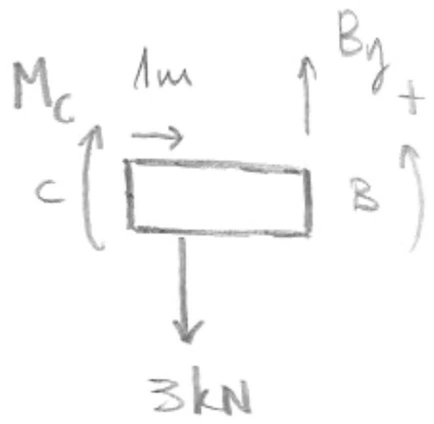


$$F_{Ry} = 0 \Rightarrow V_c - 3 + B_y = 0$$

$$V_c - 3 + 4 = 0$$

$$\boxed{V_c = -1kN}$$

O sentido de V_c deve ser invertido!



$$M_{BC} = 0$$

$$-M_c - 3kN \cdot 1m + B_y \cdot 3 = 0$$

$$-M_c - 3kNm + 12kNm = 0$$

$$\boxed{M_c = 9kNm}$$

#04. a) $A = \int_0^a y(x)\,dx$

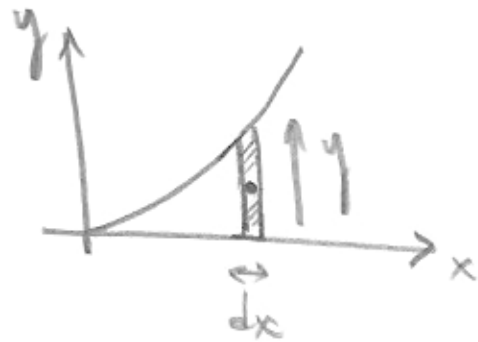
$$A = \int_0^a \frac{h}{a^n} x^n\,dx = \frac{h}{a^n} \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_0^a$$

$$\boxed{A = \frac{h\, a^{n+1}}{(n+1)\, a^n}}$$

06

b) $\bar{x} = \dfrac{\int \tilde{x}\, dA}{\int dA}$, $\int dA = A$.

$$\int \tilde{x}\, dA = \int x \,(y dx)$$



$$= \int_0^a x \,\frac{h}{a^n} x^n \,dx = \frac{h}{a^n} \frac{x^{n+2}}{n+2}\Big|_0^a$$

$$= \frac{h}{a^n} \frac{a^{n+2}}{(n+2)} \Rightarrow \bar{x} = \frac{\cancel{\frac{h}{a^n}} \frac{a^{n+2}}{n+2}}{\cancel{\frac{h}{a^n}} \frac{a^{n+1}}{n+1}}$$

$$\bar{x} = \frac{a^{n+2}}{n+2} \cdot \frac{n+1}{a^{n+1}} = \left(\frac{n+1}{n+2}\right) a^{\cancel{n}+2} \cdot a^{-(\cancel{n}+1)}$$

$$\boxed{\bar{x} = \left(\frac{n+1}{n+2}\right) a}$$

c) $\bar{y} = \frac{\int \tilde{y}\, dA}{\int dA}$, $\tilde{y} = y/2$

$$\int \tilde{y}\, dA = \int \frac{y}{2}\,(y\,dx) = \frac{1}{2}\int_0^a y^2\, dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^a \frac{h^2}{a^{2n}} \cdot x^{2n}\, dx = \frac{h^2}{2a^{2n}} \left.\frac{x^{2n+1}}{2n+1}\right|_0^a$$

$$= \frac{h^2}{2a^{2n}} \cdot \frac{a^{2n+1}}{2n+1}$$

$$\bar{y} = \frac{h^{\cancel{2}}}{2a^{2n}} \cdot \frac{a^{2n+1}}{2n+1} \cdot \frac{(n+1)\, a^n}{\cancel{h}\, a^{n+1}}$$

$$\bar{y} = \left(\frac{n+1}{2n+1}\right) \frac{\left(a^{\cancel{2n}+1} \cdot a^{\cancel{n}} \cdot a^{-(\cancel{n}+1)} \cdot a^{-\cancel{2n}}\right)}{2}\, h$$

$$\boxed{\bar{y} = \left(\frac{n+1}{2n+1}\right) \frac{h}{2}}$$

d) $V = 2\pi \bar{r} A$

$V = 2\pi \bar{y} A$

$V = \cancel{2}\pi \left(\frac{\cancel{n+1}}{2n+1}\right) \frac{h}{\cancel{2}} \cdot \frac{h}{a^n} \frac{a^{n+1}}{\cancel{n+1}}$

$V = \left(\frac{\pi h^2}{2n+1}\right) \frac{a^{n+1}}{a^n}$

$$\boxed{V = \frac{\pi a h^2}{2n+1}}$$